1-گزینه 2 صحیح است. وقتی نمودار تابع پایین تر از خط قرار نمی گیرد، یعنی مقدار yهای تابع از yهای خط یا بیشتر است یا مساوی. در نتیجه تابع بزرگتر یا مساوی خط است.

پس بیشترین مقدار برابر است با .

2-گزینه 1 صحیح است.

روش1: در حل نامعادلات مضاعف، نیاز به تعیین علامت نیست فقط در این نامعادلات، با اضافه کردن 5 به طرفین و تقسیم طرفین بر 6، حدود x را به دست می آوریم.

روش2: رد گزینه، مثلاً یک عدد دلخواه مانند انتخاب می کنیم که در گزینه های 3 و 2 هست و در گزینه های 1 و 4 نیست.

چون ، این رابطه غلط است و گزینه های 1 و 4 رد می شوند.

مرحله بعدی را انتخاب می کنیم که در بازه گزینه یک قرار دارد و در گزینه 4 قرار ندارد.

پس گزینه یک صحیح است و گزینه چهار حذف می شود.

3- گزینه 3 صحیح است. برای آنکه یک عبارت درجه دوم همواره مثبت باشد، باید (ضریب ) و باشد. لذا:

(ضریب )

چون در عبارت ، و است، این عبارت به ازای هر مقدار ، مثبت است. بنابراین هیچ عدد حقیقی مانند a وجود ندارد که عبارت به ازای جمیع مقادیر x مثبت باشد.

4-گزینه 2 صحیح است. شرط اینکه یک عبارت درجه دو، همواره مثبت باشد این است که (ضریب ) و باشد. لذا:

عبارت به ازای هر مقدار a به غیر از ، مثبت است. پس معادله هیچ گاه منفی نخواهد شد. اشتراک بین عبارت ، خواهیم داشت:

5-گزینه 1 صحیح است. ابتدا Δ عبارت را محاسبه می کنیم:

پس عبارت به ازای جمیع مقادیر x منفی است، زیرا در آن Δ منفی و ضریب منفی است. طبق فرض مسئله بزرگتر از صفر است. پس باید عبارت هم کوچکتر از صفر باشد تا کل عبارت مثبت شود. (مثبت= منفی×منفی)

0

0

P

3

-

2

x

+

+

6- گزینه 1 صحیح است. طبق گفته مسئله تابع از خط کوچکتر است، پس خواهیم داشت:

0

0

P

7

-

1

x

+

+

اگر و در نظر بگیریم،

7-گزینه 2 صحیح است.

روش کلی: برای حل نامعادله فوق، ابتدا همه عبارات را به یک طرف منتقل می کنیم:

حال، نامعادله را تعیین علامت می کنیم:

برای تعیین علامت مخرج، خواهیم داشت:

در عبارت درجه دوم ، Δ منفی و ضریب مثبت است، پس همواره است.

پس مخرج کسر همواره مثبت است، برای آنکه کل کسر مثبت باشد، باید صورت کسر هم مثبت باشد، داریم:

برای اینکه معادله فوق به ازای همه مقادیر حقیقی x برقرار باشد با توجه به اینکه ضریب مثبت است باید:

**روش دوم:** می توان عبارت را تعیین علامت کرد.

در عبارت درجه دوم ، Δ منفی و ضریب مثبت است، پس همواره است و می توانیم طرفین نامعادله در ضرب کنیم بدون آنکه جهت عوض شود.

برای آنکه نامعادله به ازای همه مقادیر حقیقی x برقرار باشد، با توجه به اینکه ضریب مثبت است باید:

8-گزینه 4 صحیح است.

روش اول: ترسیم: برای رسم کافی است ریشه های معادله را به دست آورده و یک عدد کمتر از کمترین ریشه و یک عدد بیشتر از بیشترین ریشه برای xها انتخاب کنیم تا شکل دقیق تر رسم شود و y را در آن نقاط به دست آوریم.

-7

x

4

y=7

-3

y

7

|  |  |
| --- | --- |
| -4 -3 4 5 | x |
| -7 -7 7 7 | y |

با توجه به شکل منحنی تابع و خط در بر هم منطبق اند.

روش دوم: عدد گذاری: اگر را a بنامیم و را b بنامیم، خواهیم داشت:

که اگر با مساوی باشد، معادله بی­شمار ریشه دارد.

روش سوم: تعیین علامت: ابتدا ریشه های قدرمطلق را می یابیم.

حال تابع را ضابطه بندی کرده و قدرمطلق را حذف می نماییم:

0

0

+

-

-

+

+

x-4

x+3

-

-3

x

حال ریشه های هر ضابطه را می یابیم:

پس x متعلق به بازه است. پس گزینه 4 صحیح است.

9- گزینه 3 صحیح است.

روش ترسیم: ابتدا ریشه های داخل قدرمطلق را به دست می آوریم:

6

x

4

y=5

-2

y

حال نمودار را با خط برخورد می دهیم:

محل تقاطع دو نمودار، تعداد جواب هاست، برای رسم نمودار قدرمطلق ابتدا بر روی محور xها نقاط و را مشخص می کنیم.

از این نقاط به اندازه به سمت بالا حرکت می کنیم تا دو نقطه به دست آید، سپس نقاط به دست آمده را به وسیله یک پاره خط به هم وصل می کنیم و از این دو نقطه، دو نیم خط با شیب های رسم می کنیم تا شکل تابع همانند گلدان شود که با توجه به شکل خط و شکل تابع، در هیچ نقطه ای همدیگر را قطع نمی کنند، پس معادله ریشه ندارد. گزینه 3 صحیح است.

روش دوم: در ، اگر را a و را b بنامیم، خواهیم داشت:

که اگر از بیشتر باشد معادله ریشه ندارد.

پس گزینه 3 صحیح است.

روش تعیین علامت: ابتدا ریشه های قدرمطلق را می یابیم.

0

0

+

-

-

+

+

x-4

x+2

-

-2

x

حال تابع را ضابطه بندی کرده و قدرمطلق را حذف می نماییم:

حال ریشه های هر ضابطه را می یابیم:

پس با توجه به ضابطه ها، تعداد جواب ها صفر است. پس گزینه 3 صحیح است.

10- گزینه 3 صحیح است. چون در مسئله، دو ریشه حقیقی و متمایز ذکر شده، پس شرط قابل قبول است. بنابراین،

0

0

P

8

-

4

a

+

+

11-گزینه 1 صحیح است. چون در مسئله، دو ریشه حقیقی و متمایز ذکر شده، پس شرط قابل قبول است. بنابراین،

0

0

P

20

-

-4

a

+

+

12- گزینه 2 صحیح است. هر دو تابع یعنی و را رسم کرده و با هم برخورد می دهیم، محل برخورد منحنی تابع و خط تعداد ریشه (جواب) های معادله است.

برای رسم ، ابتدا ریشه های داخل قدرمطلق را به دست آورده و به ازای آن ها مقادیر y را به دست آورده و نمودار را رسم می کنیم.

9

x

3

y=9

-5

y

نمودار و تابع در دو نقطه همدیگر را قطع کرده اند، پس معادله دو جواب دارد.

روش دوم: اگر را a و را b و را k بنامیم وقتی باشد، معادله دارای دو ریشه است.

روش تعیین علامت: ابتدا ریشه های قدرمطلق را می یابیم. حال تابع را ضابطه بندی می کنیم و قدرمطلق را حذف می کنیم:

0

0

+

-

-

+

+

x-3

x+5

-

-5

x

حال ریشه های هر ضابطه را می یابیم:

پس با توجه به ضابطه ها، تعداد جواب ها دو است. پس گزینه 2 صحیح است.

13-گزینه 2 صحیح است. اگر ریشه های معادله جواب را X بگیریم و ریشه های معادله داده شده را x در نظر بگیریم، طبق فرضی خواهیم داشت:

,

را در معادله اولیه جایگذاری می کنیم:

روش دوم: اگر ریشه های معادله را و بنامیم، ریشه های معادله جدید و (از دو برابر معکوس ریشه های معادله داده شده ، دو واحد بیشتر) هستند. جمع و ضربشان را حساب می کنیم.

حال معادله را به صورت بیان می کنیم،

بنابراین معادله مورد نظر است. گزینه 2

14-گزینه 3 صحیح است. طبق فرمول قدرمطلق ها را تفکیک می کنیم:

با فرض ، طرفین معادله را در (با در نظر گرفتن این فرض که عبارتی مثبت است) ضرب می کنیم:

طرفین نامعادله که هر دو نامنفی هستند را به توان 2 می رسانیم. برای هر عدد حقیقی دلخواه مانند a داریم:

از اتحاد مزدوج، برای حل نامعادله استفاده می کنیم:

0

0

P

-

x

+

+

روش دوم: از روش رد گزینه سوال را حل می کنیم، را انتخاب می کنیم در بازه های و قرار دارد. با جایگذاری در معادله خواهیم داشت:

پس گزینه های 1 و 4 حذف می شوند. مرحله بعدی را انتخاب می کنیم که در بازه قرار دارد.و در بازه قرار ندارد.

با جایگذاری در معادله خواهیم داشت: . قابل قبول است، پس گزینه 3 جواب صحیح است.

15- گزینه 4 صحیح است.

نامعادله برای قابل حل است، پس باید ابتدا در نظر گرفته شود.

با شرط می توان نوشت:

از اشتراک جواب های فوق و ملاحظه شرط نتیجه می شود:

روش دوم: با توجه به اینکه در گزینه ها، بازه داریم، پس از عددگذاری جواب را به دست می آوریم. را انتخاب می کنیم در بازه و است. با جایگذاری در معادله خواهیم داشت: که یک رابطه غلط است، پس گزینه 2 و 3 حذف می شوند. به ازای که در بازه قرار دارد خواهیم داشت:

که یک رابطه غلط است، پس گزینه 1 حذف می شود و گزینه 4 یعنی ، بازه جواب است.

16-گزینه 3 صحیح است. به ازای ریشه داخل قدرمطلق، ضابطه بندی می کنیم:

0

P

-

8

x

+

پس معادله دارای دو ریشه است.

0

0

Px

8

-

1

x

+

+

البته چون اشتراک بازه با تهی است، پس این جواب غیرقابل قبول است.

0

0

P

8

-

-1

x

+

+

مجموعه جواب معادله برابر است با . گزینه 3

روش دوم: رد گزینه: را انتخاب می کنیم که در دو گزینه 1 و 4 موجود است.

پس گزینه 1 و 4 حذف می شوند.

را در نامعادله قرار می دهیم که در بازه قرار دارد و در بازه قرار ندارد.

رابطه درست است پس بازه جواب است.

17- گزینه 4 صحیح است. روش اول: ابتدا ریشه داخل قدرمطلق را تعیین علامت می کنیم:

0

P

-

x

+

با توجه به نامعادله خواهیم داشت:

غ.ق.ق است، زیرا بین بازه قرار ندارد.

پس گزینه 4 صحیح است.

روش دوم: رد گزینه: را در هر سه گزینه 1، 2 و 3 در بازه ها قرار دارد، در ضابطه های دستگاه قرار می دهیم و درستی رابطه را می سنجیم:

پس غ.ق.ق است، زیرا به ازای آن رابطه ای که از ضابطه پایینی به دست می آید نادرست است، هر سه گزینه نادرست است و گزینه 4 صحیح است.

18-گزینه 3 صحیح است. روش اول: ابتدا حدود نامعادله را تعیین می کنیم.

بازه را به دو بازه و می شکنیم.

با توجه به حدود نامعادله (1)، در معادله خواهیم داشت:

جواب: اشتراک بین دو بازه و است:

را با بازه به اشتراک می گذاریم:

مجموعه جواب از اجتماع بین جواب های به دست آمده، حاصل می گردد.

روش دوم: رد گزینه: در بازه گزینه 1 و 3 هست، به جای x در معادلات دستگاه قرار می دهیم.

را امتحان می کنیم که در بازه نیست و در بازه قرار دارد.

پس بازه جواب است.

19- گزینه 2 صحیح است.

,

چون داخل هر دو قدرمطلق، مقداری مثبت می شود، قدرمطلق را با علامت مثبت بر می داریم:

پس گزینه 2 صحیح است.

20-گزینه 2 صحیح است.

روش اول: ابتدا میانگین 8 و 4- یعنی را از طرفین نامساوی کم می کنیم:

روش دوم: اگر دو نامساوی و معادل یکدیگر باشند، خواهیم داشت:

اگر و در نظر بگیریم، داریم: .

در نتیجه هر دو روش، گزینه 2 صحیح است.

21- گزینه 1 صحیح است. توجه کنید که عبارت P در تغییر علامت نداده ولی در تغییرعلامت داده، سپس ریشه توان زوج است و ریشه توان فرد است که در آن تغییر علامت داریم با توجه به اینکه در این عبارت ضریب برابر 3- است، می توان نوشت:

22- گزینه 1 صحیح است. روش اول: برای تبدیل نامساوی یا به نامعادله قدرمطلقی کافی است میانگین 8 و 4 را از طرفین نامساوی کم کنیم:

روش دوم: برای تبدیل نامساوی یا به نامعادله قدرمطلقی خواهیم داشت:

اگر و در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

23-گزینه 2 صحیح است. روش اول: ، برای تبدیل نامساوی به نامعادله کافی است میانگین 2 و 12 یعنی عدد 7 را از طرفین نامساوی کم کنیم:

روش دوم: برای تبدیل نامساوی به نامعادله قدرمطلقی کافی است از رابطه زیر استفاده کنیم:

اگر و در نظر بگیریم، خواهیم داشت: